

GEOMETRIA

La **geometría** es una rama (la más antigua) de la matemática que se enfoca en la medición y la relación entre líneas,

ángulos, superficies, sólidos y puntos; en forma general, se encarga del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, como son: puntos, rectas, planos, polígonos, poliedros, superficies entre otros.

Ésta tiene su aplicación práctica en numerosas áreas, como lo son la mecánica, astronomía, cartografía, topografía, balística, arquitectura, entre otros. Es útil en la preparación de diseños (como el computacional).

Podría decirse que la geometría está infiltrada en cada faceta de nuestra vida cotidiana.

Los conceptos fundamentales de la geometría son punto, recta y plano. De allí se derivan otros como semirrecta, segmento, vectores y semiplano.

► Figuras fundamentales: punto, recta y plano.

► Recta: segmentos, semirrectas y vectores. En el plano, determina dos semiplanos; su intersección determina las figuras convexas (como el triángulo).

► Utilizando el concepto de distancia se puede definir el círculo y la esfera.

► Al usar el de semiespacio se definen: el diedro, el espacio prismático, el triedro, el ángulo poliedro y los poliedros (tetraedro, prisma, pirámide y el paralelepípedo).

► El concepto de círculo en el espacio da origen al cono y el cilindro.

Figuras geométricas. Clasificación, tipos y ejemplos

¿Qué son las figuras geométricas?

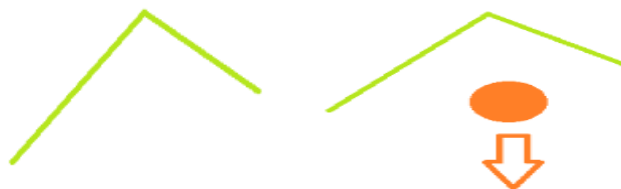
Los antiguos griegos definieron las líneas rectas y las líneas curvas fijándose en su entorno. ¿Crees que se quedaron ahí? ¡No! Porque las líneas rectas son la base para encontrar unas figuras que vemos a menudo en el mundo real: las figuras geométricas.

Las figuras geométricas hacen referencia a superficies planas delimitadas por líneas que pueden ser curvas o rectas. Para que lo entiendas mejor, vamos a explicarlo con algún ejemplo.

Empezaremos por lo más sencillo: **dos líneas rectas**.



¿Se puede hacer una figura con dos líneas rectas?



Pues ¡claro que se puede! Lo que pasa es que a esta figura no la llamamos figura geométrica. Para serlo tiene que estar cerrada, es decir, que si metemos una pelota dentro de la figura no se puede escapar por ninguna parte. En la que hemos hecho ¡sí que se puede escapar!

Si intentas mover las dos rectas, verás que de ninguna manera se puede cerrar.

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Figuras geométricas de 3 lados: triángulos

Vamos a probar ahora con **tres líneas rectas**.



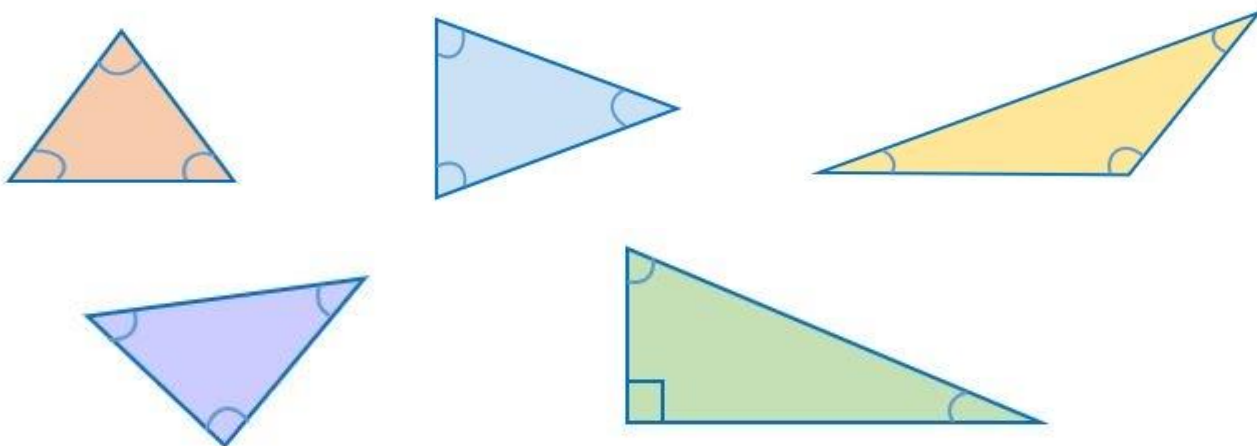
¡Eso es! Ahora sí que se puede obtener una figura de la que no se pueda escapar la pelota.

A cada una de las líneas rectas que hemos utilizado y que ahora forma parte de la figura, la llamamos lado de la figura. Así que esta figura tiene tres lados y la llamamos triángulo. Cuando decimos “triángulo”, podemos referirnos o bien a la forma que hacen las tres rectas, o bien al espacio que encierran.



Figuras geométricas: el triángulo

El triángulo, como su propio nombre indica, tiene tres ángulos. Y también tiene tres lados. Esto la convierte en la figura geométrica con menor número de lados y ángulos que se puede construir.



Como podrás observar hay muchos tipos diferentes de triángulos. Pero la diferencia entre ellos no depende del tamaño ni de la posición, sino de la medida de sus ángulos. Un dato importante es que la suma de las medidas de sus tres ángulos siempre es 180° . Es una propiedad de todos los triángulos.

Vamos a dar un repaso a los tipos más importantes de triángulos y sus características. Si necesitas repasar los tipos de ángulos puedes visitar entradas anteriores.

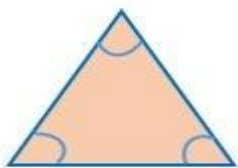
Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Clases de triángulos según la relación entre sus ángulos:

Triángulo equilátero



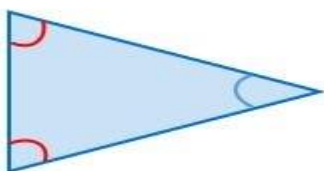
Su denominación indica que los **tres lados son iguales**. Esto sucede porque en los triángulos equiláteros **los tres ángulos son iguales**, tienen la misma medida. Si dividimos los 180° de la suma de las medidas entre los tres ángulos obtenemos 60° . **Cada uno de los tres ángulos de los triángulos equiláteros mide 60° .**

Triángulo escaleno



Es el triángulo opuesto al anterior. En los triángulos escalenos todos **los ángulos son diferentes**, cada uno tiene una medida distinta. Esta característica hace que cada uno de los tres **lados** tengan **medidas diferentes**.

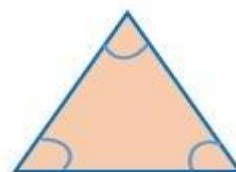
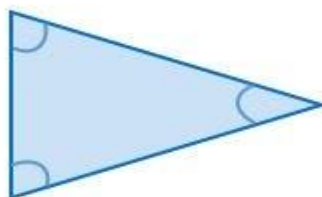
Triángulo isósceles



Los triángulos isósceles tienen **dos ángulos iguales y uno diferente**. Esto hace que tengan **dos lados iguales y uno diferente** también. El lado que es distinto es precisamente el que está entre los ángulos iguales.

Clases de triángulos según el tipo de sus ángulos:

Triángulo acutángulo



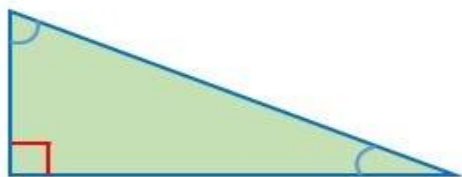
Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

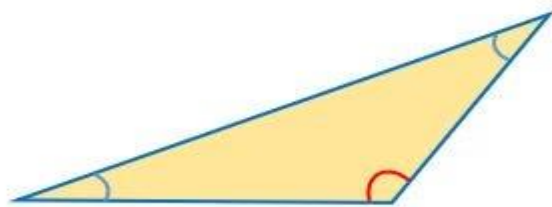
En los triángulos acutángulos **todos los ángulos son agudos**. El triángulo equilátero es también acutángulo, ya que todos sus ángulos miden 60° . Los triángulos isósceles y escaleno pueden ser acutángulos si todos sus ángulos son agudos.

Triángulo rectángulo



En los triángulos rectángulos **uno de los ángulos es recto**. Sólo puede ser uno de ellos. El ángulo recto mide 90° y el triángulo tiene tres ángulos que suman 180° , así que los **otros dos ángulos son agudos y suman 90° entre los dos**. El triángulo rectángulo puede ser isósceles si los dos ángulos agudos son iguales, cada uno mediría 45° . Y si cada uno de los ángulos es diferente sería escaleno.

Triángulo obtusángulo



En los triángulos obtusángulos **uno de los ángulos es obtuso**. Los **otros dos son agudos**. Si los ángulos agudos son iguales el triángulo obtusángulo sería también isósceles. Si todos los ángulos son diferentes sería escaleno.

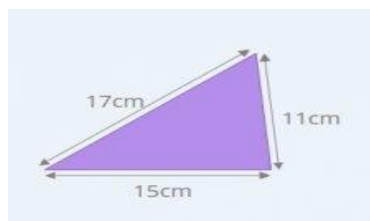
Hemos visto que los triángulos son las figuras geométricas con menor número de ángulos y lados. También que hay diferentes clases de triángulos atendiendo a la medida de sus ángulos y que, en esta clasificación, los distintos tipos son combinables entre sí. Por ejemplo podemos tener un triángulo rectángulo escaleno o uno obtusángulo isósceles.

Medidas

¿Qué es el perímetro?

Llamamos **perímetro** de una figura geométrica plana a la **longitud de su contorno**.

El perímetro es, por tanto, una medida de longitud, por lo que vendrá en centímetros, metros, pulgadas... en general, en unidades lineales.



Para calcular el perímetro hay que sumar las longitudes de sus lados: $17\text{cm} + 15\text{cm} + 11\text{cm} = 43\text{cm}$

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Cómo calcular el perímetro de un círculo

Para calcular el perímetro de un círculo, lo primero que tienes que saber es que **el perímetro de un círculo es igual a la longitud de su circunferencia**.

Para calcular la longitud de una circunferencia tienes que multiplicar el diámetro de ésta por el número Pi:

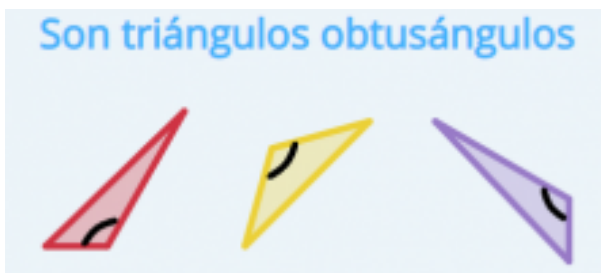
Perímetro de un círculo es igual a PI por el diámetro (d): $\text{Perímetro de un círculo} = \pi \times d$

También puedes multiplicar dos por PI por el radio (r): $\text{Perímetro de un círculo} = 2 \cdot \pi \times r$, esto es porque el diámetro es el doble que el radio. Siempre.

Las fórmulas que acabamos de ver utilizan el número PI, cuyo símbolo es π , y vienen de que este número representa el cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro (d), $\pi = \text{Perímetro del círculo} / d$. **Tiene infinitos decimales, pero en la etapa escolar se suele aproximar a las centésimas: $\pi \cong 3,14$**

Características de los ángulos obtusos

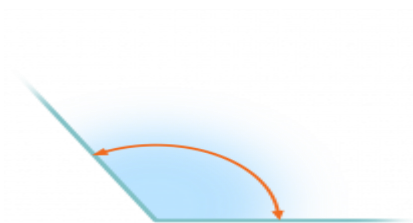
- ▶ Estos ángulos miden entre 90° y 180° .
- ▶ Un ángulo obtuso es mayor que un ángulo recto (mide 90°) y que un ángulo agudo (mide menos de 90°). Pero es más pequeño que un ángulo llano (180°). Es decir, si los ordenamos de menor a mayor por su amplitud de ángulo serían: ángulo agudo < ángulo recto < **ángulo obtuso** < ángulo llano.
- ▶ Visualmente este ángulo es más de un cuarto de un círculo pero menos de la mitad del círculo. Es decir, si dividimos un círculo en cuatro partes, un ángulo obtuso siempre ocupa entre $1/4$ y $1/2$ del círculo.
- ▶ Dentro de un **triángulo obtusángulo** siempre hay un ángulo obtuso.



Ejemplos de ángulos obtusos

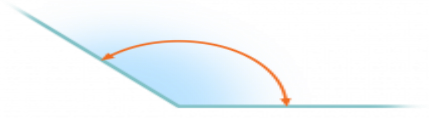
En los siguientes ejemplos se ve que estos ángulos siempre miden entre los 90° y los 180° .

▶ Ángulo de 120°



Este ángulo es obtuso porque 120 es un número mayor que 90 y menor que 180. Es decir, la amplitud de este ángulo mide entre los 90° y los 180° : $90^\circ < 120^\circ < 180^\circ$.

► Ángulo de 135º



Este ángulo es obtuso porque 135 es un número mayor que 90 y menor que 180, es decir, que está entre los 90º y los 180º: $90^\circ < 135^\circ < 180^\circ$.

► Ángulo de 160º



Este ángulo también es obtuso porque 160 es un número mayor que 90 y menor que 180. Está entre los 90º y los 180º: $90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$.

¿Cuándo un ángulo es llano?

Un ángulo es llano cuando las dos semirrectas que conforman el ángulo se encuentran en la misma dirección. Esto es, cuando coinciden con la forma de una **recta**.



Un ángulo es llano cuando una semirrecta gira **media vuelta** sobre un punto. De esta forma, acaba en la misma dirección pero sentido contrario. Es decir, si estás de pie mirando a una puerta y das un giro de 180º, la puerta acabaría a tu espalda. Por eso decimos que una persona *ha dado un giro de 180º* cuando ha cambiado de opinión completamente.

Características de los ángulos llanos

- Mide exactamente 180º.
- Forma una recta.
- Un giro de 180º acaba siempre en el sentido opuesto.
- Es el límite entre los ángulos convexos (ángulos agudos, rectos y obtusos) y los ángulos cóncavos.
- Es la suma de dos *ángulos rectos*.
- Es la mitad de un *ángulo completo*.
- Si vemos los ángulos dentro de una circunferencia, separaría el círculo en dos mitades iguales y se correspondería con el diámetro de la circunferencia.
- Cuando la suma de un *ángulo agudo* y un *ángulo obtuso* es igual a un ángulo llano, se dice que esos ángulos son *suplementarios*.

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

¿Qué son los ángulos complementarios?

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus grados es igual a 90° (noventa grados). Por ejemplo: un ángulo de 30° y un ángulo de 60° son dos ángulos complementarios.

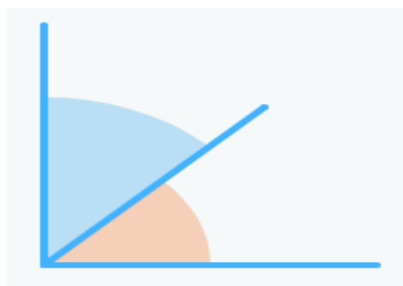
Como 90° es la medida de un ángulo recto, otra forma de decir que dos ángulos son complementarios es que juntos forman un **ángulo recto**.

Ejemplos de ángulos complementarios

Vamos a representar gráficamente algunos casos.

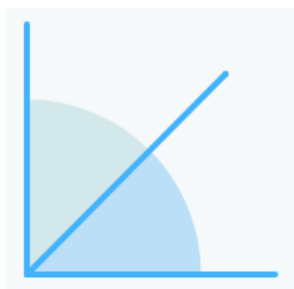
Dos ángulos distintos complementarios

En este ejemplo, las medidas en grados del ángulo azul y del ángulo rosa son diferentes. Aun así, cuando los juntamos, suman 90° .



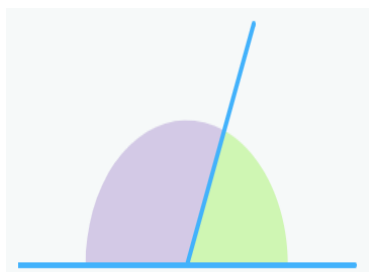
Dos ángulos iguales complementarios

Observamos dos ángulos de 45° juntos sumando 90° . ¿Sabes qué? Si dos ángulos complementarios son iguales, entonces ambos deben medir 45° , ¡porque $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$!



Dos ángulos distintos no complementarios

En este caso, tenemos un ángulo verde y otro morado, los dos suman 180° , por lo que no son complementarios. Cuando la relación entre dos ángulos es que su suma mide 180° , entonces estos dos ángulos son **suplementarios**.



Hasta ahora, todos los ángulos que hemos visto en los ejemplos anteriores están juntos, es decir, son ángulos consecutivos

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Ángulos consecutivos:

¿Qué son los ángulos consecutivos?

Seguro que te suena la palabra consecutivo. Según la Real Academia Española, consecutivo significa que sigue inmediatamente a otra cosa o es consecuencia de ella.

En este caso, como estamos hablando de ángulos, podemos decir que un ángulo consecutivo es el que sigue a otro ángulo. Pero... esta definición debe mejorarse teniendo en cuenta que los ángulos consecutivos comparten el vértice y uno de sus lados.

¿Qué quiere decir que tienen en común el vértice? Fácil, significa que los dos ángulos nacen del mismo punto.

Vamos a verlo más fácilmente con la ayuda de dos imágenes.

Los ángulos alfa (en color naranja) y beta (en color amarillo) son consecutivos porque comparten ángulo y un lado. El lado de color rojo es el que comparten los dos ángulos.

Ángulos no consecutivos

El ángulo morado y el naranja **no son consecutivos** porque aunque comparten el vértice **no tienen un lado en común**.



Es decir, estos ángulos no son consecutivos porque aunque comparten un vértice no comparten ningún lado.

Características de los ángulos consecutivos

- Comparten el **mismo vértice**.
- Tienen **uno de sus lados en común**.

¿Cuándo dos ángulos son consecutivos?

Dos ángulos son consecutivos cuando **tienen en común el vértice y uno de sus lados**.

- Si alguna de estas dos características no se cumple, los ángulos no son consecutivos.
- Si se cumplen las dos características, los ángulos sí son consecutivos.

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Ejemplos de ángulos consecutivos

Suplementarios

Estos son tres ejemplos de ángulos consecutivos que además son ángulos suplementarios, porque suman 180 grados.



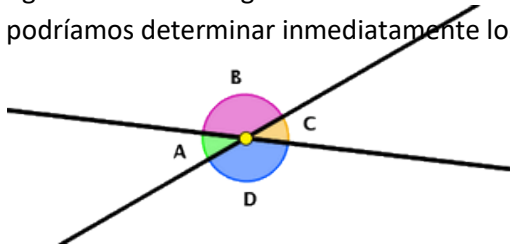
Complementarios

También hay ángulos consecutivos que además son complementarios, porque suman 90°.

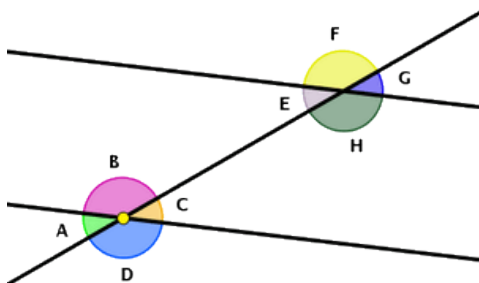


Ángulos entre paralelas

Dos rectas que se cortan decimos que son secantes. Al cortarse determinan 4 ángulos, como puedes ver en la figura. Pero esos ángulos están relacionados entre sí, de modo que si conociéramos cuanto mide uno de ellos, podríamos determinar inmediatamente los otros tres



Según la posición de los ángulos con respecto a las rectas, reciben distintos nombres. Los llamamos **ángulos opuestos por el vértice** cuando comparten el vértice y los lados de uno son prolongación de los lados del otro, como sucede en los ángulos A y C. Decimos que son **ángulos adyacentes** cuando tienen el vértice y un lado común y los otros lados tales que uno es prolongación del otro. Son adyacentes, por ejemplo, el A y el B.



Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Cuando dos rectas paralelas son cortadas por otra recta, a la que llamaremos transversal se forman 8 ángulos, como puedes ver en la figura. Estos ocho ángulos también guardan una estrecha relación entre sí, de modo que, como en el caso anterior, en cuanto conocemos uno de ellos podemos averiguar lo que valen los demás.

La posición relativa de los ángulos con respecto a las rectas hace que esos ángulos reciban unos nombres específicos. Así, llamamos **ángulos correspondientes** a los que están situados al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal. Son correspondientes, por ejemplo, el A y el E, o también el B y el F.

Llamamos **ángulos alternos internos** los que están a distinto lado de las paralelas y a distinto lado de la transversal. Son alternos internos el B y el H y también el C y el E.

Son **ángulos alternos externos** los que están en la parte exterior de las paralelas, a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Rectas paralelas cortadas por transversal

Relaciones entre ángulos:

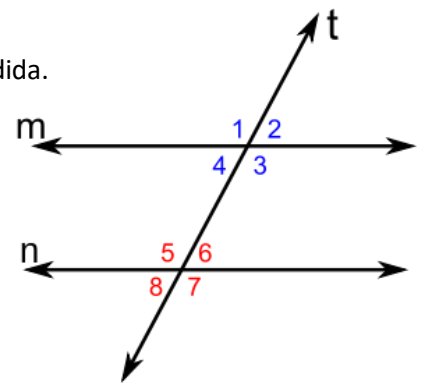
Opuestos por el vértice: comparten vértice y son opuesto. Tienen la misma medida.

Ejemplo: 1 y 3 2 y 4 5 y 7 6 y 8

Suplementarios: son aquellos que suman 180°

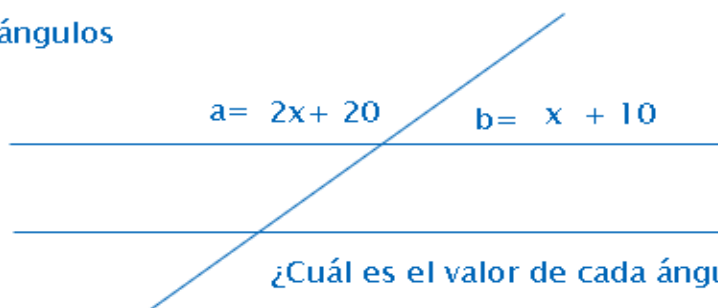
Ejemplo: 1 y 4 2 y 3 1 y 2 4 y 3 5 y 8 6 y 7 5 y 6 8 y 7

Complementarios: son aquellos que suman 90° . En la figura no conocemos las medidas.



Ejemplo de cálculo de ángulos con ecuaciones.

Cálculo de ángulos



La suma de los ángulos $a + b = 180^\circ$ porque forman un ángulo extendido. Entonces $2x + 20 + x + 10 = 180$

$$3x + 30 = 180$$

$$3x = 180 - 30$$

$$3x = 150$$

$$x = 50$$

Reemplazamos

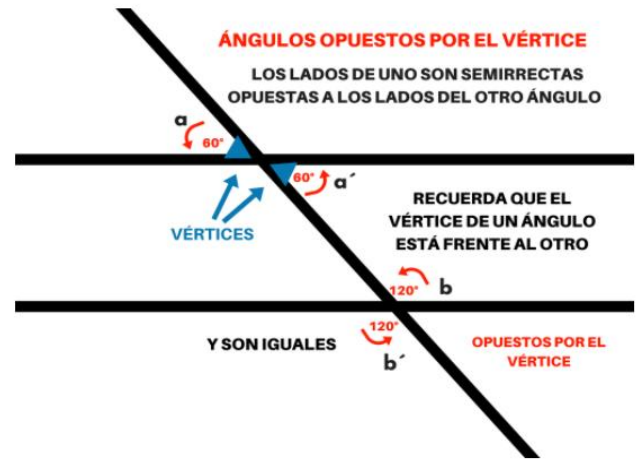
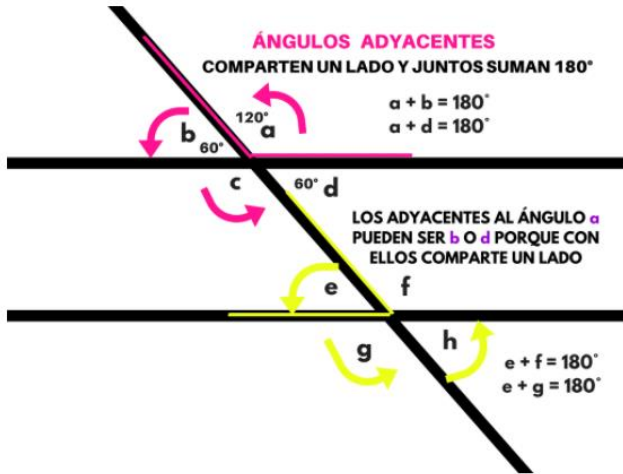
$$a = 2 \cdot 50 + 20$$

$$120^\circ$$

$$b = 50 + 10$$

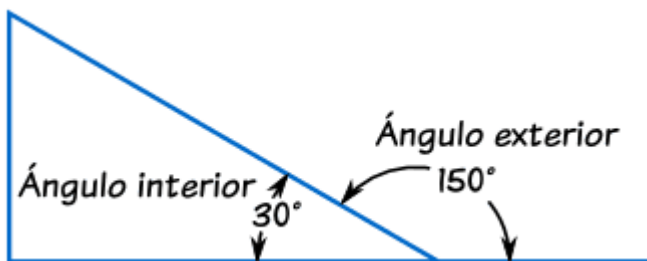
$$60^\circ$$

Para Recordar



Ángulos Interiores de Polígonos.

Un ángulo interior es un ángulo dentro de una figura.



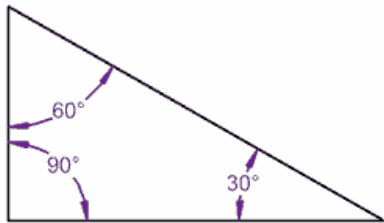
Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

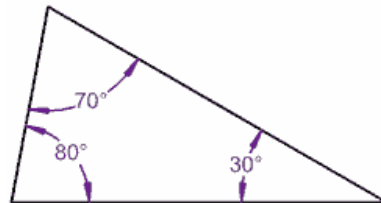
Ángulos interiores de un triángulo

Los ángulos interiores de un triángulo suman 180°



$$90^\circ + 60^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

¡En este triángulo es verdad!



$$80^\circ + 70^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

Vamos a inclinar una línea 10° ...

También funciona, porque un ángulo **aumentó** 10° , pero otro **disminuyó** 10°

Cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Los cuadriláteros pueden tener distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro vértices y dos diagonales, y la suma de sus ángulos internos siempre da como resultado 360° .

Cuadriláteros



Cuadrado



Rectángulo



Rombo



Romboide



Trapezio



Trapezoide

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Los componentes de un cuadrilátero son los siguientes:

- ▶ 4 vértices: puntos de intersección de los lados que conforman el cuadrilátero.
- ▶ 4 lados: segmentos limitados por dos vértices contiguos.
- ▶ 2 diagonales: segmentos cuyos extremos son dos vértices no contiguos.
- ▶ 4 ángulos interiores: conformados por dos lados y un vértice común.
- ▶ 4 ángulos exteriores: prolongación de los lados.

Los cuadriláteros se clasifican según el paralelismo de sus lados:

Paralelogramos: sus lados opuestos son paralelos

- ▶ Cuadrado
- ▶ Rombo
- ▶ Rectángulo

Oblicuángulos

Trapecios: dos lados paralelos; los otros dos, no

- ▶ Trapecio rectángulo
- ▶ Trapecio isósceles
- ▶ Trapecio escaleno

Trapezoide: lados no paralelos

- ▶ Trapezoide simétrico o deltoides
- ▶ Trapezoide asimétrico

Propiedades:

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Los cuadriláteros tienen distintas formas pero todos ellos tienen cuatro vértices y dos diagonales. En todos los cuadriláteros la suma de los ángulos interiores es igual a 360° .

Los cuadriláteros se clasifican según el paralelismo de sus lados.

Los **paralelogramos** son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos dos a dos.

Además, todos los paralelogramos verifican las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos tienen la misma longitud.
- Los ángulos opuestos son iguales.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.

Los **trapecios** son cuadriláteros que tienen sólo dos lados opuestos paralelos.

Los **trapezoides** son cuadriláteros cuyos lados no son paralelos.

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Los paralelogramos

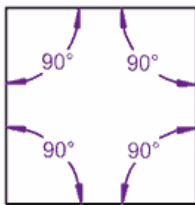
A su vez, los paralelogramos se dividen en tres clases:

- Los rectángulos, que tienen los cuatro ángulos iguales.
- Los rombos, que tienen los cuatro lados iguales.
- Los cuadrados, que tienen los cuatro ángulos iguales y los cuatro lados iguales.
- Los paralelogramos propiamente dicho, es decir, aquéllos que no son rectángulos, ni rombos, ni cuadrados también se llaman **romboides**.

Los trapecios

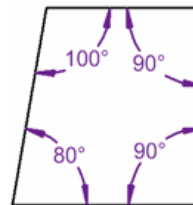
- Los trapecios son cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, de distinta longitud. Los otros dos lados no son paralelos.
- Hay tres tipos de trapecios:
 - Los **trapecios rectángulos** que tienen dos ángulos rectos, de 90° .
 - Los **trapecios isósceles**, cuyos lados no paralelos tienen la misma longitud.
 - Los **trapecios escalenos**, que son todos los demás.

Cuadriláteros (cuadrados, etc.)



$$90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

Un cuadrado suma 360°



$$80^\circ + 100^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

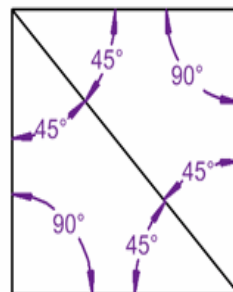
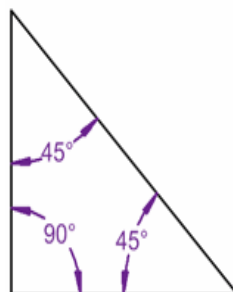
Vamos a inclinar una línea 10° ... ¡también suman 360° !

Los ángulos interiores de un cuadrilátero suman 360°

Porque en un cuadrado hay dos triángulos

Los ángulos interiores de este triángulo suman 180°

$$(90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ)$$



... y los de este cuadrado **360°**

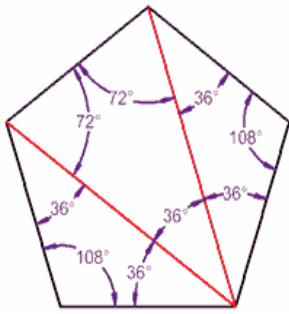
... ¡porque el cuadrado está hecho de dos triángulos!

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Pentágono



Un pentágono tiene 5 lados, y se puede dividir en **tres triángulos**, así que ...

... sus ángulos interiores suman $3 \times 180^\circ = 540^\circ$

Y si es regular (todos los ángulos son iguales), cada uno mide $540^\circ / 5 = 108^\circ$

(Ejercicio: asegúrate de que cada triángulo aquí suma 180° , y comprueba que los ángulos interiores del pentágono suman 540°)

La regla general

Así que cada vez que añadimos un lado más (de triángulo a cuadrilátero, a pentágono, etc) sumamos otros 180° al total:

| Figura | Lados | Suma de los ángulos interiores | Si es regular... | |
|--------------------|----------|--------------------------------|------------------|------------------------------|
| | | | Forma | Cada ángulo |
| Triángulo | 3 | 180° | | 60° |
| Cuadrilátero | 4 | 360° | | 90° |
| Pentágono | 5 | 540° | | 108° |
| Hexágono | 6 | 720° | | 120° |
| ... | ... | .. | ... | ... |
| Cualquier polígono | n | $(n-2) \times 180^\circ$ | | $(n-2) \times 180^\circ / n$ |

La última línea puede ser un poco difícil de entender, así que vamos a ver un ejemplo.

Ángulos convexo y cóncavo:

Ángulo Convexo: Un ángulo convexo es aquel en el cual, al trazar un segmento uniendo dos puntos cualesquiera de sus lados, el segmento se encontrará dentro del ángulo.

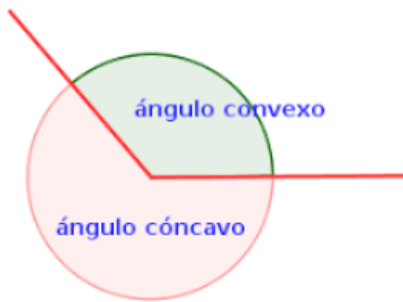
Los ángulos convexos se clasifican en: - Agudos - Rectos - Obtusos - Llanos

Ángulo Cóncavo: Un ángulo cóncavo es aquel en el cual, al trazar un segmento uniendo dos puntos cualesquiera de sus lados, el segmento se encontrará fuera del ángulo. Los ángulos cóncavos son mayores

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David



Adición de ángulos de forma aritmética

Para sumar ángulos de forma aritmética (numérica) tienen que sumarse siempre unidades del mismo orden, es decir, por un lado los grados ($^{\circ}$), por otro lado los minutos ($'$) y por otro los segundos ($''$), por lo que en ocasiones tendremos que transformar unas unidades en otras según el sistema sexagesimal, multiplicando o dividiendo por 60.

El ángulo suma será el resultado de sumar las amplitudes de los sumandos.

DE FORMA GRÁFICA

El ángulo \hat{D} es el ángulo suma de \hat{A} y \hat{B} .

$$\hat{D} = \hat{A} + \hat{B}$$

DE FORMA NUMÉRICA

$$\hat{A} = 25^{\circ} 43' 36'' \qquad \hat{B} = 56^{\circ} 25' 30''$$

| | | |
|----------------------------|----------------------------|------------|
| 25° | $43'$ | $36''$ |
| $+ 56^{\circ}$ | $25'$ | $30''$ |
| <hr style="width: 100%;"/> | 81° | $68' 66''$ |
| | $+ 1'$ | $6''$ |
| | <hr style="width: 100%;"/> | $6''$ |
| | 81° | $69' 6''$ |
| | $+ 1^{\circ}$ | $6''$ |
| | <hr style="width: 100%;"/> | $6''$ |
| | 82° | $9' 6''$ |

$$81^{\circ} 68' 66'' = \underbrace{81^{\circ} + 60'} + \underbrace{8' + 60''} + \underbrace{6''}$$

$$81^{\circ} 68' 66'' = \underbrace{82^{\circ}} + \underbrace{9'} + \underbrace{6''}$$

1° Escribe la medida de los ángulos \hat{A} y \hat{B} de manera que coincidan en columna las unidades del mismo orden y suma cada columna por separado.

2° Como $66'' > 60''$, pasa $66''$ a minutos y segundos ($66'' = 1' 6''$)
Después, suma los minutos ($68' + 1' = 69'$).

3° Como $69' > 60'$, pasa $69'$ a grados y minutos ($69' = 1^{\circ} 9'$)
Después, suma los grados ($81^{\circ} + 1^{\circ} = 82^{\circ}$)

Restar ángulos de forma aritmética

Para restar ángulos de forma aritmética (numérica), procederemos de forma similar a como lo hicimos con la suma, de tal manera que restaremos por separado los grados ($^{\circ}$), los minutos ($'$) y los segundos ($''$). De igual manera, en ocasiones tendremos que transformar unas unidades en otras según el sistema sexagesimal, multiplicando o dividiendo por 60.

El ángulo resultante será el resultado de restar las amplitudes de los ángulos que vamos a restar.

Veamos un ejemplo:

De forma gráfica

$\hat{C} = \hat{A} - \hat{B}$

El ángulo \hat{C} es el ángulo diferencia entre \hat{A} y \hat{B}

De forma numérica

| | |
|---|--|
| <div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">1°</div> $\begin{array}{r} 52^\circ 15' 22'' \\ - 22^\circ 30' 45'' \\ \hline \end{array}$ | <div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">2°</div> $\begin{array}{r} 14' 82'' \\ 52^\circ 15' 22'' \\ - 22^\circ 30' 45'' \\ \hline 37'' \end{array}$ |
| <div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">3°</div> $\begin{array}{r} 74' \\ 51^\circ 14' 82'' \\ - 22^\circ 30' 45'' \\ \hline 44' 37'' \end{array}$ | <div style="border: 1px solid green; padding: 2px; display: inline-block;">4°</div> $\begin{array}{r} 74' \\ 51^\circ 14' 82'' \\ - 22^\circ 30' 45'' \\ \hline 29^\circ 44' 37'' \end{array}$ |

- 1° Escribe la medida de los ángulos $\hat{A} - \hat{B}$ de manera que coincidan en columna las unidades del mismo orden.
- 2° Resta los segundos. Como no puede, pasa 1 minuto del minuendo a segundos ($15' 22'' = 14' 82''$). Después, resta los segundos ($82'' - 45'' = 37''$).
- 3° Resta los minutos. Como no se puede, pasa 1 grado del minuendo a minutos ($52^\circ 14' = 51^\circ 74'$). Después, resta los minutos ($74' - 30' = 44'$).
- 4° Resta los grados ($51^\circ - 22^\circ = 29^\circ$).

Si al restar falta algún orden de unidades se sustituye por ceros:

Por ejemplo:

$$33^\circ 22'' - 28^\circ 16' 35'' \quad \begin{array}{r} 33^\circ 00' 22'' \\ - 28^\circ 16' 35'' \\ \hline \end{array}$$

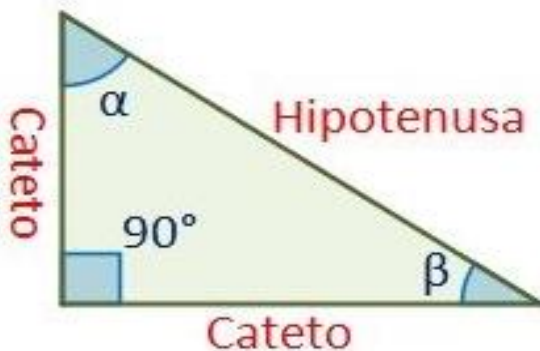
Luego se hacen los cambios de unidades que sean necesarios.

$$\begin{array}{r} 32^\circ 60' 22'' \\ - 28^\circ 16' 35'' \end{array} \quad \begin{array}{r} 32^\circ 59' 82'' \\ - 28^\circ 16' 35'' \\ \hline 4^\circ 43' 47'' \end{array}$$

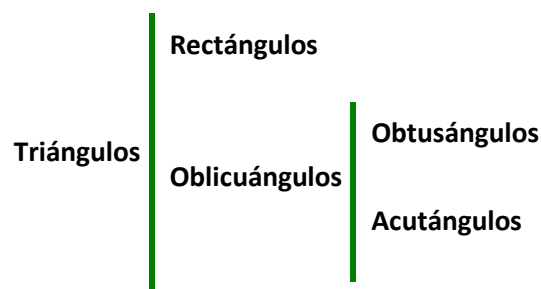
Triángulo rectángulo

Un triángulo rectángulo y sus elementos.

Triángulo rectángulo se denomina al triángulo en el que uno de sus ángulos es recto, es decir, mide 90° (grados sexagesimales) o $\pi/2$ radianes.



(Clasificación por amplitud de sus ángulos)



Los elementos principales de un triángulo rectángulo son: vértices, lados y ángulos.

Fórmulas para calcular un lado desconocido en función de los otros dos, donde a y b son los catetos y c es la hipotenusa.

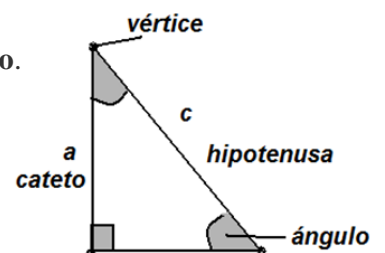
Pitágoras ($c^2=a^2+b^2$) – Fórmulas prácticas

$$a = +\sqrt{c^2 - b^2} \quad b = +\sqrt{c^2 - a^2} \quad c = +\sqrt{a^2 + b^2}$$

Se denomina **hipotenusa** al lado mayor del triángulo, el lado opuesto al **ángulo recto**.

Se llaman **catetos** a los dos lados menores, los que conforman el ángulo recto.

Cualquier triángulo se puede dividir en 2 triángulos rectángulos.



Área: Matemáticas

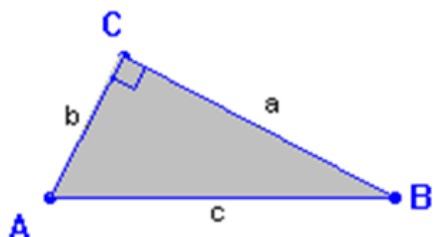
Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

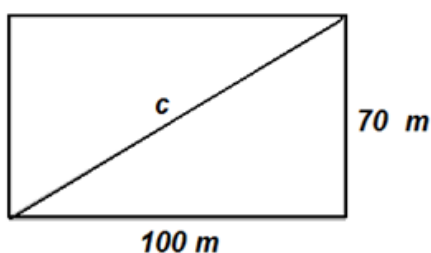
TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Una cancha de fútbol olímpica es un rectángulo de 100 metros de largo y 70 metros de ancho. ¿Qué longitud tiene la diagonal de la cancha?



Solución: La diagonal es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, con catetos de longitudes 70 m y 100 m. Puedes usar el Teorema de Pitágoras para encontrar su longitud.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 70^2 + 100^2 &= c^2 \\ 4.900 + 10.000 &= c^2 \\ 14.900 &= c^2 \\ 122 &= c \end{aligned}$$

La fórmula de Pitágoras.

Sustituye los valores conocidos.

Eleva los términos al cuadrado.

Suma.

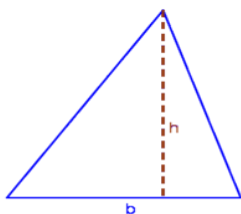
Saca la raíz cuadrada positiva de cada lado.

La diagonal tiene una longitud aproximada de 122 metros

Área de las figuras planas

En esta clase vamos a ver el área de las figuras planas. El área es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie. El área es un concepto métrico que requiere que el espacio donde se define o especifique una medida.

Área del triángulo

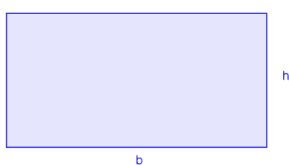


h = altura del triángulo

b = base del triángulo

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Área de los cuadriláteros



b = base del rectángulo

h = altura del rectángulo

$$A = b \times h$$

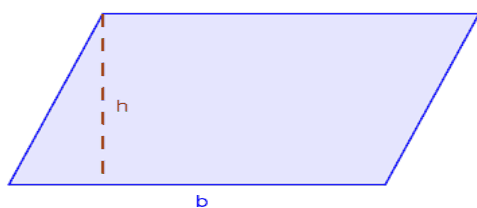
Área del cuadrado



L = lado del cuadrado

$$A = L \times L = L^2$$

Área del paralelogramo



b = base del paralelogramo
h = altura del paralelogramo

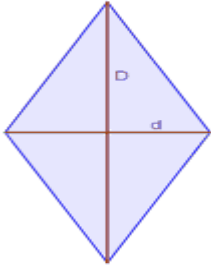
$$A = b \times h$$

Area: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Área del rombo

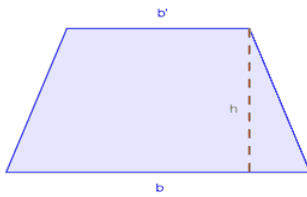


D = diagonal mayor del rombo

d = diagonal menor del rombo

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

Área del trapecio



b = base mayor del trapecio

b' = base menor del trapecio

h = altura del trapecio

$$A = \frac{b + b'}{2} \times h$$

Área de polígonos regulares

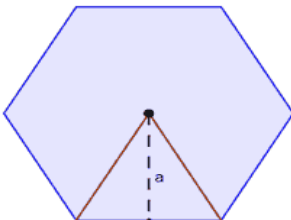
El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto del perímetro por la apotema.

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P \times a}{2}$$

P = Perímetro del polígono

a = apotema del polígono

Área del hexágono regular



P = perímetro del hexágono

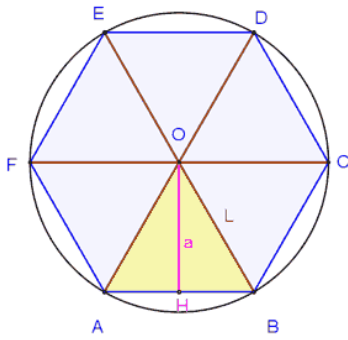
a = apotema del hexágono

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David



Vamos a calcular el área del hexágono regular cuando se conoce el lado L.

Fíjate en las diagonales que pasan por el centro del hexágono. Estas diagonales descomponen al hexágono en 6 triángulos equiláteros. Entonces, si calculamos el área de uno de esos triángulos y luego lo multiplicamos por 6, obtendremos el área del hexágono regular.

Área hexágono regular = 6 x Área de uno de los triángulos.

La altura de cada triángulo es la apotema ($a = OH$) y la base es L, por lo tanto:

El área uno de los triángulos es:

$$A_{\text{triángulo}} = (L \times a) / 2$$

L = base del triángulo del triángulo

a = altura del triángulo (OH), que en este caso es la apotema del hexágono.

Entonces, el área del hexágono es:

$A_{\text{hexágono}} = 6 \times (L \times a) / 2 = (6 \times L \times a) / 2$ donde $6 \times L$ es el perímetro del hexágono regular. Por lo tanto:

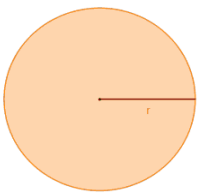
$$A_{\text{hexágono regular}} = P \times a / 2$$

P = Perímetro del hexágono regular

a = apotema del hexágono regular

Área de las figuras circulares

Área del círculo



$$A = \pi \times r^2$$

$$\pi = 3,1416$$

r = radio del círculo

Área: Matemáticas

Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)

Profesor: Saravia Esteban David

Área: Matemáticas
Tema: Geometría (Parte Teórica/Práctica explicativa)
Profesor: Saravia Esteban David