

Trabajo Práctico Nº 2: EETP Nº 285. Vera.

Curso: Quinto año “U” 2020

Fecha de entrega: martes 7/4/2020. Enviar a eetp285@gmail.com y al correo personal: jaquelinacaceres@hotmail.com

Encuentro virtual: miércoles 8/04/2020 de 9:15 a 11:30. Sólo en ese horario se despejarán dudas a través del grupo de wsp.

Actividad Nº 1: Ver detenidamente el siguiente video, anotando las ideas principales. El mismo es fundamental para el chat que se realizará el miércoles.

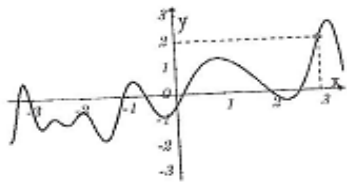
Actividad Nº 2: Transcribir en la carpeta el tema: LIMITES.

Las dudas y las consultas se realizan es los horarios convenidos.

Muchas Gracias!!!

Profesora Jaquelina Cáceres

☆ ¿Qué es un límite? Es el valor al cual "se aproxima" una función cuando "X tiende a un valor determinado"

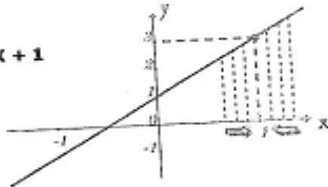


El límite de la función cuando "X Tiende a 3" es 2

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

☆ **Límites Laterales:** Vamos a analizar la función: $f(x) = 2x + 1$. Veamos que pasa a medida que la X "se acerca al valor 1" Y vamos a usar para esto unas tablas de valores, pero antes veamos que es esto de los límites laterales:

$$f(x) = 2x + 1$$

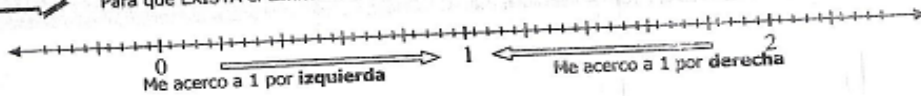


Para calcular el límite de la función para "X tendiendo a 1" tengo que acercarme a 1 por la izquierda y por la derecha

Así voy a tener dos límites:

- > El límite para "X tendiendo a 1 por izquierda"
- > El límite para "X tendiendo a 1 por derecha"

Para que EXISTA el Límite de la función en un punto, los límites laterales deben ser iguales.



Nos acercamos a 1 desde la izquierda

X	Y
-0	1
-0,5	2
0,6	2,2
0,7	2,4
-0,8	2,6
0,9	2,8
0,95	2,9
0,99	2,98

A medida que X se acerca a 1 "por izquierda" Y se acerca a 3

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$$

Este es el límite de la función para X tendiendo a 1 por izquierda

Nos acercamos a 1 desde la derecha

X	Y
2	5
1,5	4
1,4	3,8
1,3	3,6
1,2	3,4
1,1	3,2
1,05	3,1
1,01	3,02

A medida que X se acerca a 1 "por derecha" Y se acerca a 3

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

Este es el límite de la función para X tendiendo a 1 por derecha

Por último decimos que como los límites laterales coinciden -> Existe el límite de la función para "X tendiendo a 1" y vale 3.

☆ **Cálculo de límites:** Para calcular un límite hay que reemplazar la "X" por el valor al que quiero que "se acerque" (o sea el valor al cual tiende X)

Ejemplo: Calcular el límite de $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ para X tendiendo a -2

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} 2x^2 + 3x - 2 =$$

Reemplazo "X" por -2 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 2 = 2 \cdot 4 - 6 - 2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$$

Otro Ejemplo: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 1}{\sqrt{x} + 3}$



Siempre lo primero que hago cuando tengo que calcular un límite es reemplazar "x" por el valor al cual "tiende el límite"

Entonces reemplazando X, me queda:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 1}{\sqrt{x} + 3} = \frac{3 \cdot (1)^2 - 1}{\sqrt{1} + 3} = \frac{3 - 1}{\sqrt{1} + 3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

⇒ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 1}{\sqrt{x} + 3} = \frac{1}{2}$

Límites Infinitos A veces cuando calculamos un límite, nos da infinito

Ejemplos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 4}{5x - 10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 \cdot 2 + 4}{5 \cdot 2 - 10} = \frac{10}{0}$$

Y ahora, la pregunta es: ¿Cómo hago esta cuenta?

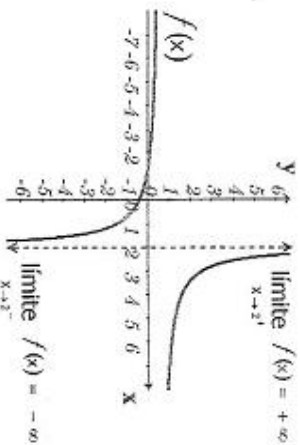
Ya sabemos que no existe la división por "CERO" Pero en realidad no tenemos que dividir por "CERO" Ya que lo que estamos calculando es un límite. **El denominador no es CERO, sino que "TIENDE" a CERO**

Veamos: Calculamos los límites laterales

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x + 4}{5x - 10} = \frac{10}{0,00000000} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x + 4}{5x - 10} = \frac{10}{-0,00000000} = -\infty$$

➤ Por lo tanto **el límite da infinito**



★ **Límites Indeterminados**

Venía muy fácil ¿no? Bueno, ahora se va a complicar un poquito

Veamos que pasa si quiero calcular: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

límite $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$ In del terminado ⇒

Esta cuenta no sólo no se puede hacer, sino que, además, es **indeterminada**.