

EETP No 285 – DOMINGO CRESPO

Repaso de operaciones con números complejos

1. Resolver las siguientes ecuaciones en el campo de los números complejos

- | | | | |
|------------------------|--|-----------------------------|---|
| a) $x^2-2x+2=0$ | (Soluc: $1\pm i$) | f) $x^3+1=0$ | (Soluc: $-1, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$) |
| b) $x^2+3=0$ | (Soluc: $\pm\sqrt{3}i$) | g) $x^4-1=0$ | (Soluc: $\pm 1, \pm i$) |
| c) $x^2-2x+4=0$ | (Soluc: $1\pm\sqrt{3}i$) | h) $x^4-3x^3-2x^2+10x-12=0$ | (Soluc: $-2, 3, 1\pm i$) |
| d) $x^2+x+1=0$ | (Soluc: $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$) | | |
| e) $x^3-6x^2+21x-26=0$ | (Soluc: $2, 2\pm 3i$) | | |

Forma binómica de un complejo:

2. Completar (obsérvese el primer ejemplo):

COMPLEJO z	PARTE REAL $Re(z)$	PARTE IMAGINARIA $Im(z)$	OPUESTO $-z$	CONJUGADO \bar{z}
$z=2+3i$	$Re(z)=2$	$Im(z)=3$	$-z=-2-3i$	$\bar{z}=2-3i$
$z=3-i$				
$z=1+i$				
$z=3-3\sqrt{3}i$				
$z=3$				
$z=-2i$				
$z=i$				

3. Dados los complejos $z_1=2+3i$, $z_2=-1+4i$ y $z_3=2-5i$, hallar:

- | | | | | | |
|---------------|------------------|---------------------|-------------------|----------------------|------------------|
| a) $z_1+z_2=$ | (Soluc: $1+7i$) | e) $3z_2+2z_3=$ | (Soluc: $1+2i$) | i) $z_3-\bar{z}_3=$ | (Soluc: $-10i$) |
| b) $z_1+z_3=$ | (Soluc: $4-2i$) | f) $2z_1-3z_2=$ | (Soluc: $7-6i$) | j) $2\bar{z}_1-z_1=$ | (Soluc: $2-9i$) |
| c) $z_1-z_2=$ | (Soluc: $3-i$) | g) $z_3-3z_1+4z_2=$ | (Soluc: $-8+2i$) | | |
| d) $z_3-z_2=$ | (Soluc: $3-9i$) | h) $z_1+\bar{z}_2=$ | (Soluc: $1-i$) | | |

4. Calcular x e y para que $(2+xi)+(y+3i)=7+4i$ (Soluc: $x=1, y=5$)

5. Calcular:

- a) $(2+5i)(3+4i)=$ (Soluc: $-14+23i$)
 b) $(1+3i)(1+i)=$ (Soluc: $-2+4i$)
 c) $(1+i)(-1-i)=$ (Soluc: $-2i$)
 d) $(2-5i)i=$ (Soluc: $5+2i$)
 e) $(2+5i)(2-5i)=$ (Soluc: 29)
 f) $(1+i)(1-i)=$ (Soluc: 2)

g) $(5+2i)(3-4i) =$ (Soluc: $23-14i$)

h) $(3+5i)^2 =$ (Soluc: $-16+30i$)

i) $(1+3i)(1-3i) =$ (Soluc: 10)

j) $(-2-5i)(-2+5i) =$ (Soluc: 29)

k) $(2+3i)3i =$ (Soluc: $-9+6i$)

l) $(3i)(-3i) =$ (Soluc: 9)

m) $(2+3i)^2 =$ (Soluc: $-5+12i$)

n) $(6-3i)^2 =$ (Soluc: $27-36i$)

o) $(2+3i)(1-i) =$ (Soluc: $5+i$)

Nota: los ejercicios que aparecen con subíndice 2 en realidad es POTENCIA 2

p) $(1-3i)2i =$ (Soluc: $6+2i$)

q) $(1+i)(2-3i) =$ (Soluc: $5-i$)

r) $(5+i)(5-i) =$ (Soluc: 26)

s) $(4+3i)(4+2i)-(2+i)(3-4i) =$ (Soluc: $25i$)

6. ¿Cómo es siempre el producto de dos complejos conjugados? Razonar la respuesta. (Soluc: $\in \mathbb{R}_+$)

7. Calcular:

a) $\frac{1+3i}{1+i} =$

(Sol: $2+i$)

b) $\frac{2+5i}{3+4i} =$

(Sol: $\frac{26}{25} + \frac{7}{25}i$)

c) $\frac{1+i}{1-i} =$

(Sol: i)

d) $\frac{3+5i}{1-i} =$

(Sol: $-1+4i$)

e) $\frac{2-5i}{i} =$

(Sol: $-5-2i$)

f) $\frac{20+30i}{3+i} =$

(Sol: $9+7i$)

g) $\frac{i}{3-2i} =$

(Sol: $-\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$)

h) $\frac{1+i}{i} =$

(Sol: $1-i$)

i) $\frac{1+2i}{2-i} =$

(Sol: i)

j) $\frac{1-i}{2+3i} =$

(Sol: $-\frac{1}{13} - \frac{5}{13}i$)

k) $\frac{19-4i}{2-5i} + \frac{3+2i}{i} =$

(Sol: 4)

l) $\frac{2-i}{3+i} - \frac{1}{2i} =$

(Sol: $\frac{1}{2}$)

m) $\frac{(5-3i)(1+i)}{1-2i} =$

(Sol: $\frac{12}{5} - \frac{14}{5}i$)

n) $\frac{(3+2i)^2 + 3-2i}{(5+i)^2} =$

(Sol: $\frac{73}{169} + \frac{40}{169}i$)

o) $\frac{(3-2i)(1+i)}{1+i-2i} =$

(Sol: $\frac{1}{5} + \frac{8}{5}i$)

p) $\frac{\frac{1+i}{2+i}}{1-i} =$

(Sol: $-\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$)

q) $\frac{3+2i}{i} - \frac{11+2i}{3+4i} =$

(Sol: $1-i$)

r) $\frac{10-10i}{i} + \frac{15-25i}{2+i} =$

(Sol: $1-17i$)

s) $\frac{1+ai}{a-i} =$

(Sol: i)

t) $\frac{-a+bi}{b+ai} =$

(Sol: i)

8. Calcular el inverso de cada uno de los siguientes complejos:

a) $3i$

(Sol: $-\frac{1}{3}i$)

c) $2+3i$

(Sol: $\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$)

e) $-2+i$

(Sol: $-\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$)

b) $1+i$

(Sol: $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$)

d) $1-i$

(Sol: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$)

f) i

(Sol: $-i$)

9. Calcular las siguientes potencias sucesivas de i:

a) $i^{12} =$ (Soluc: 1)
 b) $i^{77} =$ (Soluc: i)
 c) $i^{125} =$ (Soluc: i)
 d) $i^{723} =$ (Soluc: -i)
 e) $i^{2344} =$ (Soluc: 1)
 f) $\frac{1}{i} =$ (Soluc: -i)
 g) $\frac{1}{i^2} =$ (Soluc: -1)
 h) $\frac{1}{i^3} =$ (Soluc: i)
 i) $i^{-4} =$ (Soluc: 1)

j) $\frac{1}{i^5} =$ (Soluc: -i)
 k) $i^{-6} =$ (Soluc: -1)
 l) $i^{544} =$ (Soluc: 1)
 m) $i^{6254} =$ (Soluc: -1)
 n) $i^{-1} =$ (Soluc: -i)
 o) $i^{-527} =$ (Soluc: i)

10. Calcular las siguientes **operaciones combinadas en forma binómica:**

a) $(2+i)^3 =$ (Soluc: $2+11i$)
 b) $(1+i)^3 =$ (Soluc: $-2+2i$)
 c) $(2-3i)^3 =$ (Soluc: $-46-9i$)
 d) $i^{-131} =$ (Soluc: i)

e) $\frac{i^7 - 1}{1+i} =$ (Soluc: -1)

f) $\frac{2i-1}{i^{45}} + \frac{4-3i}{1+2i} =$ (Soluc: $4+2i$)

g) $\frac{(3-2i)^2 + (2-3i)^2}{i^{12} + i^{-5}} =$ (Soluc: $12-12i$)

h) $\frac{(2+3i)(1-i) - (3+4i)^2}{2i^{14} - i^{-7}} =$ (Soluc: $-\frac{1}{5} + \frac{58}{5}i$)

i) $\frac{(3-2i)(3+i) - (2i-3)^2}{i^{23} - i^{13}} =$ (Soluc: $-\frac{9}{2} + 3i$)

j) $\frac{1 - (2+3i)^2(1-2i)}{2i^{77} - i^{728}} =$ (Soluc: $-\frac{62}{5} + \frac{14}{5}i$)

k) $\frac{(2+3i)(3-2i) - (2-3i)^2}{17(1-i^{13})} =$ (Soluc: i)

l) $-2-5i - \frac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)} =$ (Soluc: $-5-i$)

m) $\frac{(2-3i)^2 - (2+3i)(3-2i)}{3i^{17} - 1} =$ (Soluc: $-\frac{17}{5} + \frac{34}{5}i$)

n) $\frac{(3+i)(3-2i) - (2i-3)^2}{2i^{20} - i^{13}} + \frac{4}{5i} =$ (Soluc: $\frac{3}{5} + 4i$)

o) $\frac{(2-3i)^2 - (2+3i)(3-2i)}{3i^{17} - 1} - \frac{4}{5i^{-25}} =$ (Soluc: $-\frac{17}{5} + 6i$)