Números Racionales

¿Qué son números racionales?

Un número racional es una cifra o valor que puede ser referido como el cociente de dos números enteros o más precisamente, un número entero y un número natural positivo. Es decir que es un número racional, es un número que se escribe mediante una fracción.
Los números racionales son números fraccionarios, sin embargo los números enteros también pueden ser expresados como fracción, por lo tanto también pueden ser tomados como números racionales con el simple hecho de dar un cociente entre el número entero y el número 1 como denominador.
Al conjunto de los números racionales se lo denota con la letra $\mathbb{Q}$ (Quotient)

Un número racional puede ser expresado de diferentes maneras, sin alterar su cantidad mediante fracciones equivalentes, por ejemplo $\frac{1}{2}$ puede ser expresado como $\frac{2}{4}$ o $\frac{4}{8}$, debido a que estas son fracciones reducibles.

Fracciones en nuestra vida diaria

Aunque no lo creas los números Racionales: fracciones se encuentran presente en nuestro contexto aquí tienes algunos ejemplos:

►Un padre le dio a sus tres hijos **$10** para su recreo, al mayor le dio $\frac{2}{5}$ del dinero y dijo a los otros dos que se repartieran el excedente por partes iguales. ¿Cuánto le toco a cada uno?

► Al preparar una torta necesitas ingredientes como: $\frac{3}{4}$ de taza de harina, $\frac{1}{2}$ naranja, etc.

►Cuando vas a los mercados a realizar compras: $3/4$ kg de azúcar, $1/2$ docena de huevos, etc.

Clasificación de fracciones

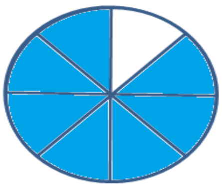
¿Cuáles son los tipos de fracciones?
¿Qué grupos de números representa cada tipo?

Para poder entender la clasificación de fracciones, primero tienes que tener claro el concepto de fracción. Aquí te dejo este vídeo tutorial sobre las fracciones. https://youtu.be/c84cJod54a4

Ahora ya podemos clasificar las fracciones en función de la relación entre su numerador y su denominador:

Fracciones propias

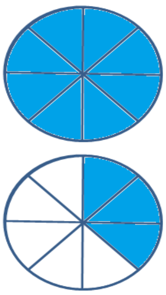
Se llaman **fracciones propias** a aquellas que representan números **menores que la unidad**. Y ¿cómo son estas fracciones? Todas las fracciones que representan un número menor que la unidad se caracterizan por tener el **numerador menor que el denominador**. Por ejemplo:



$\frac{7}{8} = 0{,}875 \rightarrow 0{,}875 < 1 \rightarrow$ Fracción propia

Fracciones impropias

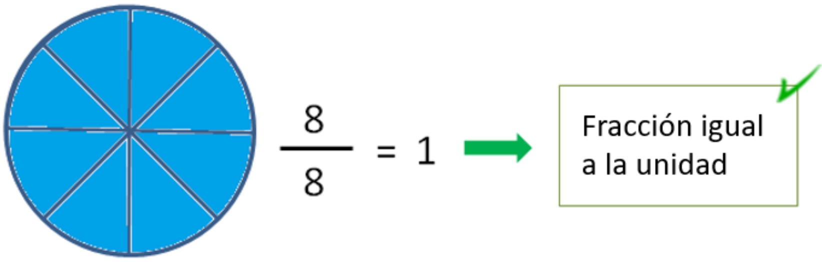
Se llaman **fracciones impropias** a las que representan números **mayores que la unidad.** Y ¿cómo son estas fracciones? Todas las fracciones que representan un número mayor que la unidad se caracterizan por tener el **numerador mayor que el denominador.** Por ejemplo:



$\frac{11}{8} = 1{,}375 \rightarrow 1{,}375 > 1 \rightarrow$ Fracción impropia

Fracciones iguales a la unidad

Son las que representan números **iguales a la unidad.** Es decir, son las **fracciones que representan el 1** y se caracterizan por tener **el numerador y el denominador iguales.**



Ejemplos de clasificación de fracciones

Vamos a ver ejemplos clasificando estas fracciones:

25/27; 1/2; 5/4; 180/180; 36/3; 6/6; 4/2; 10/10; 200/279

25/27 < 1 ya que el numerador es **menor** que el denominador: Es una **fracción propia**

1/2 < 1 ya que el numerador es **menor** que el denominador: Es una **fracción propia**

5/4 > 1 ya que el numerador es **mayor** que el denominador: Es una **fracción impropia**

180/180 = 1 ya que el numerador es **igual** al denominador: Es una **fracción igual a la unidad**

36/3 > 1 ya que el numerador es **mayor** que el denominador: Es una **fracción impropia**

6/6 = 1 ya que el numerador es **igual** al denominador: Es una **fracción igual a la unidad**

4/2 > 1 ya que el numerador es **mayor** que el denominador: Es una **fracción impropia**

10/10 = 1 ya que el numerador es **igual** al denominador: Es una **fracción igual a la unidad**

200/279 < 1 ya que el numerador es **menor** que el denominador: Es una **fracción propia**

Fracción impropia como número mixto

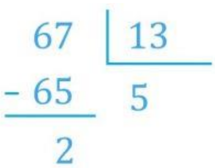
Recordemos que un **número mixto** es una manera numérica de representar una fracción mayor que la unidad (fracción impropia), o lo que es lo mismo, de representar fracciones en las que el numerador es mayor que el denominador.

Pongamos un ejemplo para que los entiendas mejor, verás qué fácil:

►Si observas la fracción impropia **67/13**, quizá no te resulte fácil visualizar el número que representa, más allá de que es mayor que la unidad (porque el numerador es mayor que el denominador, es decir, **67 > 13**).

►Pero si la conviertes en un número mixto, podrás interpretar mucho mejor el número que representa.

►Para ello, lo primero que debes hacer es dividir el numerador de la fracción entre el denominador, para saber cuántas unidades enteras contiene el número.



►Como 65 = 13 x 5, podemos separar el 67 en 65 y 2, y una de las partes será divisible entre 13 y la otra no:

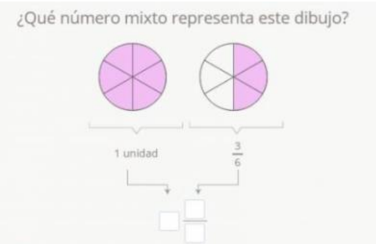
$$\frac{67}{13} = \frac{65}{13} + \frac{2}{13} = 5 + \frac{2}{13}$$

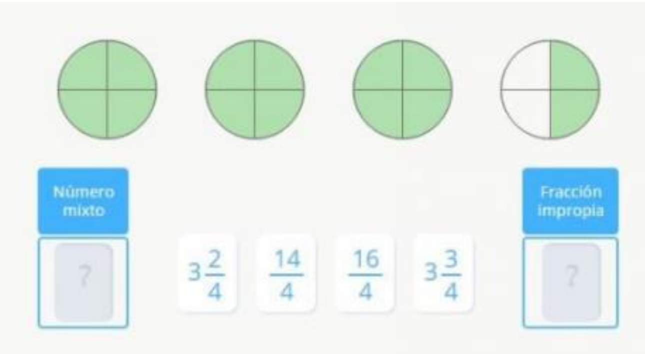
►Ahora, es muy fácil escribir el número mixto: primero se escribe la parte entera y a continuación la parte menor que la unidad:

$$5\,\frac{2}{13}$$

►Con esta representación es fácil observar que el número tiene 5 unidades enteras y 2 treceavos de otra unidad.

Analiza y completa:





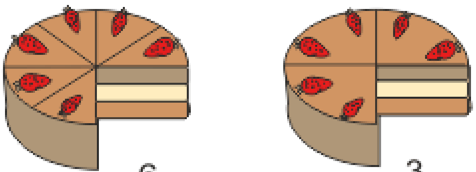
Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad si \qquad a \cdot d = b \cdot c \quad .$$

a y d son los extremos
b y c son los medios

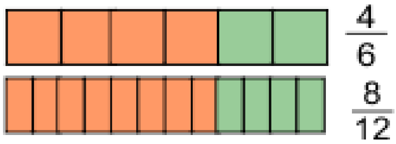
Ejemplo:



$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

<u>Analicemos la siguiente situación:</u>

►Calcula si son equivalentes las fracciones $\frac{4}{6}$ y $\frac{8}{12}$



$4 \cdot 12 = 6 \cdot 8$

$48 = 48$ **SÍ SON EQUIVALENTES**

Si se multiplica o divide el numerador y denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada. Al primer caso le llamamos ampliar o amplificar.

Ejemplo:

$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ $\quad 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 \quad 30 = 30$

Simplificar fracciones

“Simplificar una fracción es transformarla en una fracción equivalente más simple”

► Para simplificar una fracción dividimos numerador y denominador por un mismo número.

► Empezaremos a simplificar probando por los primeros números primos: 2, 3, 5, 7,... Es decir, probamos dividir numerador y denominador entre 2 mientras se pueda, después pasamos al 3 y así sucesivamente.

► Se repite el proceso hasta que no haya más divisores comunes.

► Si los términos de la fracción terminan en ceros, empezaremos quitando los ceros comunes finales del numerador y denominador, lo cual es equivalente a dividir numerador y denominador por la misma potencia de 10.

► Si el número por el que dividimos es el máximo común divisor del numerador y denominador llegamos a una fracción irreducible.

Ejemplo:

$\frac{8:4}{36:4} = \frac{2}{9}$ ► $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ $\quad 8 \cdot 9 = 36 \cdot 2 \quad 72 = 72$

Ubicar los diferentes números en la recta numérica

Qué es la recta numérica

Una recta es una alineación infinita de puntos en la misma dirección. Así bien, la recta numérica es una recta en la que a cada uno de sus puntos le podemos asignar el valor de un número real.

Ahora que ya sabemos qué es, podemos ver con diferentes ejemplos con números naturales, enteros y racionales, **cómo ubicarlos en la recta numérica**.

Cómo ubicar los diferentes números en la recta numérica

Ubicar números naturales (N) en la recta numérica:

Empezaremos por los más sencillos, **los números naturales (N),** que son los que utilizamos para contar.

Para empezar, marcamos un punto en la recta al que llamamos 0 y la dividimos en segmentos, todos de la misma longitud. Cada uno representa una unidad, que separa un número entero del siguiente. Así:

Recta dividida en segmentos de la misma longitud con un punto al que llamamos 0.

Recta dividida en segmentos del mismo tamaño con la ubicación de los números naturales en cada uno de sus extremos, a la derecha del punto 0.

Ubicar números enteros (Z) en la recta numérica:

Los números enteros (Z), se representan de la misma forma que los naturales pero también incluyen el sentido contrario a partir del punto al que hemos llamado 0. Así:

Recta dividida en segmentos unidad con números enteros negativos ubicados a la izquierda del punto 0.

Ubicar números racionales (Q) en la recta numérica:

Los siguientes son **los números racionales (Q),** que incluyen a los enteros y los naturales además de los decimales, son todos aquellos que se pueden expresar en forma de fracción.

Es muy fácil: el denominador de la fracción expresa en cuántas partes iguales tenemos que dividir la unidad y, el numerador, en cuál de esos puntos se localiza el número en la recta.

Por otro lado, si es positivo, se localizará a la derecha del 0 y si es negativo a la izquierda. Así:

$$1{,}7=1\frac{7}{10}=\frac{17}{10}$$

$$-0{,}4=\frac{-2}{5}$$

Actividades:

Ejercicio 1

Hoy, Juanito ha llevado al colegio una tarta por su cumpleaños y quiere repartirla entre todos sus amigos, pero a la profesora le quiere dar un trozo que sea tres veces más grande respecto al de los niños.

Teniendo en cuenta que hay 24 niños + la profesora, a la cual le quiere dar el equivalente a tres trozos, ¿En cuántos trozos debería cortar la tarta?

Ejercicio 2

Una empresa con un jefe y tres empleados tiene $6000 de ingresos todos los meses. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada persona si el jefe quiere quedarse con la mitad de lo ganado?

Ejercicio 3

Hallar la fracción irreducible de:

a) 12 / 18 b) 4/11

Ejercicio 4

Indicar cuál es la fracción mayor de cada par:

a) 3/4 y 5/4

b) 3/7 y 4/9

Ejercicio 5

Pasar de número mixto a fracciones

1. $2\frac{3}{4}=\frac{\square}{\square}$
2. $4\frac{2}{9}=\frac{\square}{\square}$
3. $3\frac{2}{5}=\frac{\square}{\square}$
4. $2\frac{3}{7}=\frac{\square}{\square}$

Ejercicio 6

Pasar de fracciones a número mixto

1. $\frac{9}{4}=\square\frac{\square}{\square}$
2. $\frac{5}{3}=\square\frac{\square}{\square}$
3. $\frac{19}{5}=\square\frac{\square}{\square}$
4. $\frac{35}{2}=\square\frac{\square}{\square}$

Ejercicio 7

Completar lugares vacíos para formar fracciones equivalentes

1. $\frac{\square}{5}=\frac{\square}{10}$
2. $\frac{11}{2}=\frac{44}{\square}$
3. $\frac{27}{21}=\frac{9}{\square}$
4. $\frac{4}{5}=\frac{\square}{15}=\frac{48}{\square}$
5. $\frac{40}{60}=\frac{20}{\square}=\frac{\square}{3}$
6. $\frac{7}{\square}=\frac{14}{36}=\frac{28}{\square}$

Ejercicio 8

Simplificar fracciones

1. $\frac{12}{15}=\frac{\square}{\square}$
2. $\frac{33}{72}=\frac{\square}{\square}$
3. $\frac{180}{126}=\frac{\square}{\square}$
4. $\frac{480}{105}=\frac{\square}{\square}$

Ejercicio 9

Preguntas de opción múltiple

1 $\frac{4}{10}$ es ...

- una fracción reducible.
- una fracción irreducible.
- un número mixto.

2 $\frac{3}{7}$ es ...

- una fracción irreducible porque $m.c.d.(3,7) = 1$
- una fracción irreducible porque $m.c.m.(3,7) = 1$
- una fracción reducible porque $m.c.d.(3,7) = 1$

3 Una fracción no es irreducible si ...

- si m.c.m. de numerador y numerador es distinto de 1
- podemos encontrar un número que divida al numerador y al denominador
- si el numerador o el denominador no es primo.

4 Una fracción es irreducible cuando ...

- cuando no podemos dividir el denominador entre el numerador.
- cuando no podemos dividir el numerador entre el denominador.
- numerador y denominador son primos entre sí

5 Para formar una fracción irreducible ...

- dividimos numerador y denominador por el máximo común divisor de ambos.
- dividimos numerador y denominador por el mínimo común múltiplo de ambos.
- dividimos numerador y denominador por el mínimo común divisor de ambos.

6 $\frac{10}{25}$ es una fracción ...

- propia e irreducible.
- propia y reducible.
- impropia y reducible.

Ejercicio 10

Ubica en la recta numérica

0.2   1/5   -8/7   -3.4   25/10   -11/4

Recordar: Actividades prolijas. Dudas o consultas al profesor Esteban Saravia