ESCUELA DE EDUCACIÓN TÉCNICO PROFESIONAL N° 285 “DOMINGO CRESPO”

CARTILLA DE TRABAJO: MATEMÁTICA 1° AÑO A Y B

Profesores: SARAVIA ESTEBAN – SAUCEDO CECILIA

AÑO 2021

CONJUNTO DE NUMEROS NATURALES

INTRODUCCIÓN

Los números naturales son aquellos que normalmente utilizamos para contar. Son aquellos números positivos y sin parte decimal.

N= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...}

Los números naturales son los números que usamos para contar; uno, dos, tres, cuatro, etc. Les damos un nombre, "Números naturales" para distinguirlos de otros números, como "un medio", "cuatro tercios", "tres punto siete", "menos cinco"; es decir, de los números fraccionarios (1/2), los números con punto decimal (3.7) y los números negativos (-5).

El hombre primitivo solo necesitó algunos cuantos números, los cuales represento mediante marcas en huesos o madera. Esta representación de los números, con una marca por cada elemento, solo es práctica para cantidades muy pequeñas, pero no sirve para números como 5,000, o incluso números no tan grandes, como 82 o 76. Al irse desarrollando la humanidad se hizo necesario una mejor forma de representar a los números. Una de las primeras ideas utilizadas para representar los números de manera más breve fue la agrupación, en la cual un símbolo representa un grupo de números. Por ejemplo, los antiguos egipcios agrupaban los números de 10 en 10.

Las formas de escritura de los números en los sistemas numéricos egipcio y romano no eran adecuadas para números relativamente grandes (como 1999, 123 422) ni para los cálculos aritméticos. Fueron necesarios otros sistemas numéricos que utilizaran menos símbolos. Por ejemplo, varios pueblos de la antigua Babilonia (Irak) utilizaron un sistema numérico con solo dos símbolos: una cuña que apunta hacia abajo y una cuña que apunta hacia la izquierda. En este sistema la cuña hacia la izquierda representaba una hacia abajo.

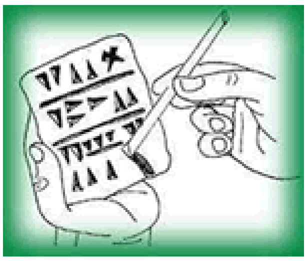
La forma de estructurar los números era muy parecida a la de los egipcios. Sin embargo, a partir del número 60, se utilizaba un principio posicional (como en nuestro sistema décima); es decir, un mismo símbolo podía tener un valor distinto dependiendo de la posición que ocupe. En el sistema babilónico, un número en cada posición representaba 60 veces su valor en la posición anterior (por eso se llama sistema sexagesimal).

Los números naturales son los primeros que surgen en las distintas civilizaciones, ya que las tareas de contar y de ordenar son las más elementales que se pueden realizar en el tratamiento de las cantidades. Entre los números naturales están definidas las operaciones adición y multiplicación. Además, el resultado de sumar o de multiplicar dos números naturales es también un número natural, por lo que se dice que son operaciones internas.

EL NÚMERO Y SU IMPORTANCIA EN LA VIDA COTIDIANA

Antes de que surgieran los números el hombre se las ingenió para contar, utilizando para ello objetos como piedras, palitos de madera, nudos de cuerdas, o simplemente los dedos. Más adelante comenzaron a aparecer los símbolos gráficos como señales para contar, por ejemplo marcas en una vara o simplemente trazos específicos sobre la arena

Pero fue en Mesopotamia alrededor del año 4.000 a. C. donde aparecen los primeros vestigios de los números que consistieron en grabados de señales en formas de cuñas sobre pequeños tableros de arcilla empleando para ello un palito aguzado. De aquí el nombre de escritura cuneiforme



Este sistema de numeración fue adoptado más tarde, aunque con símbolos gráficos diferentes, por los griegos y romanos. Los griegos emplearon simplemente las letras de su alfabeto, mientras que los romanos además de las letras utilizaron algunos símbolos.

En cada actividad humana sea técnica científica o simplemente práctica los números han jugado un papel muy importante... los números siempre están presentes y gobiernan todas las cosas.

Aun en las tareas más simples como son la preparación de una comida, hacer compras, medir el tiempo de un juego, comprar el pan, ir a la cantina escolar, colocar los platos y cubiertos sobre la mesa, mirar la talla de la franela que nos gusta para que mamá la compre, en fin, en todas y cada una de las acciones del ser humano se encuentran presente los números.

OPERATORIA

Los números naturales son, como ya se sabe, 1, 2, 3,..., 10, 11,..., 100, 101,... infinitos. Están ordenados, lo cual nos permite representarlos sobre una recta del modo siguiente:

Propiedades de la suma y de la multiplicación

La suma y el producto de números naturales son asociativas, conmutativas y tienen elemento neutro. Además, el producto es distributivo respecto de la suma.

Propiedad	Suma	Producto
Asociativa	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
Conmutativa	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Existencia de elemento neutro	$a+0=a$	$a\cdot 1=a$
Distributiva del producto respecto de la suma	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	

Ejemplos y reglas prácticas

Gracias a las propiedades asociativa y conmutativa podemos efectuar largas sumas con facilidad, modificando el orden y asociando los sumandos según convenga.

Por ejemplo en la suma 40 +18+ 60, notamos que 40 + 60 =100 y procedemos mentalmente de la siguiente manera:
40 +18 + 60 = (40 + 60)+18 =118.

La propiedad distributiva permite, según convenga, realizar diversas estrategias:

- Sacar factor común: 23.4 + 23.6 + 23.12 = 23. (4+6+12) = 23.22

_ Agrupar términos semejantes: 3x + 4y + 11x + 9z + 5y = (3 + 11).x + (4 + 5).y +9z = 14x + 9y + 9z

Jerarquía de operaciones y uso de paréntesis

Es importante recordar que, en las expresiones a ·b + c y a + b ·c, la multiplicación se ejecuta antes que la suma. Cuando queremos dar prioridad a la suma es necesario indicarlo con un paréntesis, por ejemplo: a ·(b + c) ó (a + b)· c.

Actividad: Escribir un ejemplo numérico de cada una de las propiedades y verificar que se cumple la igualdad en cada uno de esos casos concretos.

Otras operaciones

División

La idea de división de números naturales es la de reparto. La división $100 \div 5 = 20$ se interpreta como un reparto de 100 elementos (dividendo) entre 5 partes (divisor), de manera que a cada parte le corresponden 20 (cociente). Cuando con el reparto terminamos con todos los elementos disponibles, como es este caso, la división se llama “exacta”. Cuando no es posible un reparto exacto y sobran algunos elementos, la división se llama “entera”. En ella, además de un cociente, se obtiene un resto.
Por ejemplo, al repartir 100 entre 7, obtenemos de cociente 14 (a cada parte le corresponden 14 elementos) y de resto 2 (quedan 2 elementos sin repartir).

Potenciación

Una potencia de números naturales es, en definitiva, una multiplicación reiterada. Por ejemplo, $2^5 = 2.2.2.2.2$

► **Todo numero natural a la cero siempre es 1, ejemplo $351^0 = 1$**

► **Todo numero natural elevado a la uno siempre resulta el mismo número, $25^1 = 25$**

Algunas de las propiedades de la potenciación se obtienen sencillamente a partir de la definición dada.

1) $a^n . a^m = a^{n+m}$

2) $a^n : a^m = a^{n-m}$

3) $(a. b)^n = a^n . b^n$

4) $(a^m)^n = a^{m.n}$

Actividad: Justificar los puntos 1, 2,3 y 4 mediante ejemplos numéricos.

Radicación

Las raíces cuadradas, cúbicas, cuartas, etc, se conciben, en cierta forma, como una manera diferente de expresar resultados de potencias.

$\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$; $\sqrt[3]{216} = 6$ porque $6^3 = 216$; $\sqrt[4]{625} = 5$ porque $5^4 = 625$

Cuando un número no es un cuadrado exacto su raíz cuadrada carece de sentido si nos movemos dentro de los números naturales. Análogamente diríamos de las raíces cúbicas, cuartas, etc.

Propiedades de las raíces

1_ Producto de radicales del mismo índice.

$\sqrt[n]{a.b}$ = ejemplo: $\sqrt[3]{8.27}$ = $\sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{27}$= 2.3 = 6

2_ Cociente de radicales del miso índice.

$\sqrt[n]{a:b}$ = ejemplo: $\sqrt[4]{256:16}$ = $\sqrt[4]{256}$: $\sqrt[4]{16}$= 4:2= 2

3_ Raíz de una raíz.

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ = $\sqrt[m.n]{a}$ ejemplo: $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$ = $\sqrt[6]{729}$ = 3

Actividad: Reducir quitando paréntesis.

1) $(x^3)^4$ 2) $(x. y . z)^4$ 3) $(3^x.3^x.3^x)$ 4) $(2a^2 . b)^3$ 5) $(a^3)^2 . (a^2)^5. a$

2) Calcular:

a) $3^3 . 2^3 . 5^3$ b) $(2^3)^2$ c) $\sqrt[3]{3372}$ d) $\sqrt[6]{1000000}$

CONJUNTO DE NUMEROS ENTEROS

Una importante deficiencia de los números naturales es que no es posible restar ni dividir con ellos con la certeza de obtener otro número natural, salvo en algunos casos. Por esta razón se define el conjunto de los números enteros. Este conjunto se representa por Z e incluye a los números naturales y a "sus negativos". Con ellos, además de sumar y multiplicar, se puede restar con la seguridad de que el resultado siempre será un número entero. Los números enteros se pueden representar sobre una recta del siguiente modo:

Esta forma de representarlos en la recta supone el siguiente criterio de ordenación:

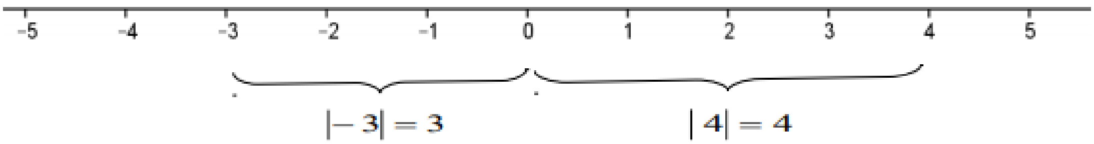
- Los naturales, es decir el cero y los enteros positivos, ya están ordenados.
- Todos los números naturales son mayores que los enteros negativos.
- Si un número natural, a, es menor que otro, b, entonces – a es mayor que – b.

Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número es la distancia del mismo al cero, si prescindimos de su signo. Se escribe: $|x|$ y se define del siguiente modo:

- El valor absoluto de un número natural es él mismo: $|a| = a$ $|5| = 5$ $|0| = 0$
- El valor absoluto de un número negativo es su opuesto: $|-3| = 3$ $|-15| = 15$

- Gráficamente, la idea de valor absoluto de un número es la de su distancia al 0.



Propiedades de las operaciones con números enteros:

El conjunto de los números enteros se ha construido de tal modo que se conserven todas las propiedades de los números naturales y, además, tengan una nueva: Todo número entero tiene un opuesto que, sumado con él, resulta 0, $a + (-a) = 0$. Esta propiedad es la que hace que la resta entre enteros siempre sea posible, pues restar un número entero es sumar su opuesto: $a - b = a + (-b)$.

Propiedad	**Suma**	**Producto**
Asociativa	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Conmutativa	$a+b = b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Existencia de elemento neutro	Es el 0, pues $a+0=a$	Es el 1, pues $a \cdot 1 = a$
Existencia de elemento simétrico	El opuesto de a es $-a$ pues $a+(-a)=0$	No tiene
Distributiva del producto respecto de la suma	$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$	

Ejemplos y reglas prácticas

Recordemos algunas reglas para operar con números enteros:

Cuando tenemos signos que son iguales, SUMAMOS y en el resultado queda el mismo signo, por ejemplo:

+12 + 9 = +21 ; 6 +10 +4= 20 **tengamos en cuenta que si no le ponemos signo el número sigue siendo positivo.**
-7 -8= -15 ; -4 -11-5= -20
Cuando los signos son distintos, RESTAMOS y en el resultado queda el signo de mayor valor absoluto, por ejemplo:
+18 – 14= +4 ; -34 + 13= -21

Para sumar números positivos y negativos, agrupamos positivos por lado y negativos por otro, restamos los resultados y ponemos el signo del que tenga mayor valor absoluto, esto es lo que se llama suma algebraica, por ejemplo:

7 + **(−5)**+ **(−11)**+**15**+ **(−17)**+**3** =
(7 +15+3)+ **(− (5+11+17))** =
25+ **(−33)** = **−8**

Si un paréntesis va precedido del signo menos, se puede suprimir cambiando el signo de todos los sumandos que haya dentro. Por ejemplo:

3 – 5 + 8 **– (4 – 1 3 + 6 – 11)** – (- 3) =

3 – 5 + 8 **–** 4 **+** 13 **–** 6 **+** 11 + 3 =

38 – 15 = **23**

En la multiplicación y división de números enteros, se verifica la “regla de los signos”.

Signos que se multiplican	Signo del resultado	Ejemplo
$+ \cdot +$	$+$	$5 \cdot 7 = 35$
$+ \cdot -$	$-$	$4 \cdot (-3) = -12$
$- \cdot +$	$-$	$(-5) \cdot 4 = -20$
$- \cdot -$	$+$	$(-5) \cdot (-3) = 15$

ACTIVIDADES

Responder:

► ¿Existe un número entero que sea mayor o igual que todos los demás? ¿Y menor o igual que todos los demás?

► ¿Cuántos números enteros existen entre los números consecutivos 3 y 4?, ¿y entre -7 y -6?, ¿y entre n y n+1?

► ¿Cuántos números enteros existen entre 3 y 10?, ¿y entre -3 y 8?, ¿y entre 22 y 56?, ¿y entre -15 y 31? ¿Es posible calcular la cantidad de números enteros entre dos números enteros dados a y b?

Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor: −7, 3, 1, −4, 6, −5, −2 y 0.

Completa en tu cuaderno con el signo < (menor) o > (mayor) según corresponda:

−11 −6 b) −8 +4 c) +2 +10 d) +3 −9 e) −2 |−6|

Ordena de menor a mayor:

a) +12, −4, −15, +13 b) +3, −25, −9, −6

. Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) (+3) · (+2) b) (+4) · (−7) c) (−8) · (−9) d) (−5) · (+6)

e) (+20) : (+2) f) (+21) : (−3) g) (−30) : (−2) h) (−54) : (+6)

. Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) (+7) · (+3) b) (+5) · (−3) c) (−9) · (−2) d) (−6) · (+7)

e) (+30) : (+3) f) (+50) : (−5) g) (−16) : (−4) h) (−70) : (+2)

Efectuar las siguientes operaciones

1) $3-(-2)+(-8)\div(-4)+1=$

2) $10\div(-2)+(-7)\cdot(-20)\div(-4)-(-5)\div(-5)=$

3) $3^2-4^2:8-2^5=$

4) $4^2:2-1-8^2:2+25=$